

ΛΥΣΗ

α) i) Η υπερβολή με εξίσωση $\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$, τέμνει τον άξονα x' στα σημεία $A'(-\alpha, 0)$ και $A(\alpha, 0)$. Δίνεται $A'(-4, 0)$ και $A(4, 0)$, άρα θα έχουμε $\alpha = 4$.

Οι ασύμπτωτες της υπερβολής $\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ είναι οι ευθείες $y = \frac{\beta}{\alpha}x$ και $y = -\frac{\beta}{\alpha}x$.

Δίνεται ότι οι ασύμπτωτες της υπερβολής είναι οι ευθείες $y = \frac{3}{4}x$ και $y = -\frac{3}{4}x$,

άρα θα έχουμε $\frac{\beta}{\alpha} = \frac{3}{4}$ και επειδή $\alpha = 4$, προκύπτει $\beta = 3$.

ii) Οι εστίες της υπερβολής $\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ είναι τα σημεία $E'(-\gamma, 0)$ και $E(\gamma, 0)$.

Είναι

$$\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2$$

$$\gamma^2 = 4^2 + 3^2$$

$$\gamma^2 = 25$$

$$\gamma = 5.$$

Επομένως οι εστίες της υπερβολής είναι τα σημεία $E'(-5, 0)$ και $E(5, 0)$.

β)

