

# ΛΥΣΗ

α) i) Οι ασύμπτωτες της υπερβολής  $\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$  είναι οι ευθείες  $y = \frac{\beta}{\alpha} x$  και  $y = -\frac{\beta}{\alpha} x$ .

Επειδή  $C: x^2 - y^2 = 9$  είναι  $\alpha^2 = \beta^2 = 9$ , άρα  $\alpha = \beta = 3$ , οπότε οι ασύμπτωτες της  $C$  είναι οι ευθείες  $\delta_1: y = \frac{3}{3} x$  ή  $\delta_1: y = x$  και  $\delta_2: y = -\frac{3}{3} x$  ή  $\delta_2: y = -x$ .

ii) Η εφαπτομένη  $\varepsilon$  της υπερβολής  $C: x^2 - y^2 = 9$  στο σημείο της  $M(5, 4)$ , έχει εξίσωση  $\varepsilon: xx_1 - yy_1 = 9$  ή  $\varepsilon: 5x - 4y = 9$ .

β) Τα σημεία τομής της  $\varepsilon: 5x - 4y = 9$  με τις  $\delta_1: y = x$  και  $\delta_2: y = -x$ , προκύπτουν από τη λύση του συστήματος των εξισώσεών τους. Επομένως θα έχουμε

$$\begin{cases} 5x - 4y = 9 \\ y = x \end{cases} \quad \text{ή} \quad \begin{cases} 5x - 4x = 9 \\ y = x \end{cases} \quad \text{ή} \quad \begin{cases} x = 9 \\ y = 9 \end{cases}$$

και

$$\begin{cases} 5x - 4y = 9 \\ y = -x \end{cases} \quad \text{ή} \quad \begin{cases} 5x + 4x = 9 \\ y = -x \end{cases} \quad \text{ή} \quad \begin{cases} 9x = 9 \\ y = -x \end{cases} \quad \text{ή} \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}.$$

Επομένως το σημείο τομής των  $\varepsilon$  και  $\delta_1$  έχει συντεταγμένες  $(9, 9)$  και το σημείο τομής των  $\varepsilon$  και  $\delta_2$  έχει συντεταγμένες  $(1, -1)$ .