

ΛΥΣΗ

α) Είναι

$$\text{i) } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = 6\vec{i} - \vec{j} - (3\vec{i} + 2\vec{j}) = 6\vec{i} - \vec{j} - 3\vec{i} - 2\vec{j} = 3\vec{i} - 3\vec{j}.$$

$$\text{ii) } \overrightarrow{OM} = \frac{1}{5} (2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}) = \frac{1}{5} (2(3\vec{i} + 2\vec{j}) - (6\vec{i} - \vec{j})) = \frac{1}{5} (6\vec{i} + 4\vec{j} - 6\vec{i} + \vec{j}) = \frac{1}{5} (5\vec{j}) = \vec{j}.$$

β) Για τα μοναδιαία διανύσματα \vec{i} και \vec{j} ισχύουν $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$ και $\vec{j}^2 = 1$. Επομένως,

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OM} = (3\vec{i} - 3\vec{j}) \cdot \vec{j} = (3\vec{i}) \cdot \vec{j} - (3\vec{j}) \cdot \vec{j} = 3(\vec{i} \cdot \vec{j}) - 3 \cdot \vec{j}^2 = 3 \cdot 0 - 3 \cdot 1 = -3.$$