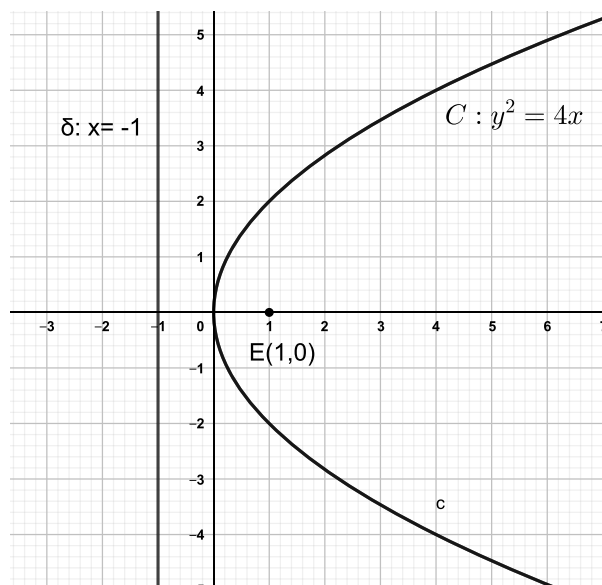


## ΛΥΣΗ

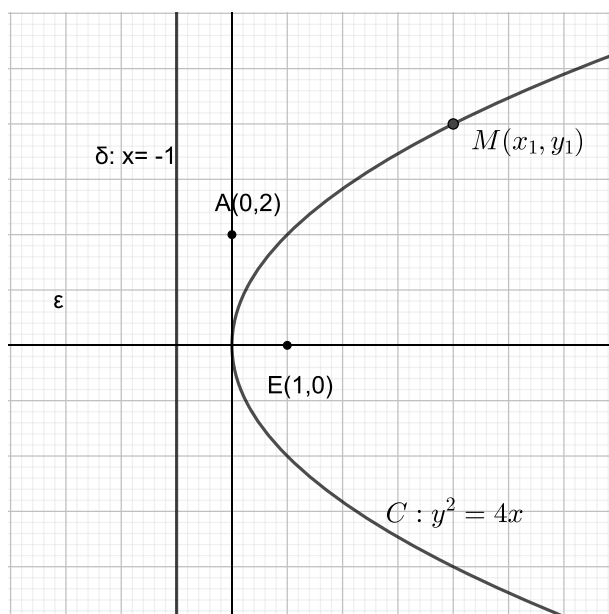
Η εξίσωση (1) της παραβολής είναι της μορφής  $y^2 = 2px$ , όπου  $2p = 4$ , άρα  $p = 2$ . Η μορφή αυτής της εξίσωσης παριστάνει τα σημεία του επιπέδου που βρίσκονται σε παραβολή με εστία στον άξονα  $x'$ .

α)



Τα σημεία του επιπέδου που επαληθεύουν την εξίσωση (1) βρίσκονται σε μια παραβολή. Η εστία  $E$  της παραβολής ( $C$ ) έχει συντεταγμένες  $E(\frac{p}{2}, 0)$  και η διευθετούσα της  $\delta$  έχει εξίσωση  $x = -\frac{p}{2}$ . Επειδή  $p = 2$  η εστία έχει συντεταγμένες  $E(1, 0)$  και η διευθετούσα  $\delta$  έχει εξίσωση  $\delta : x = -1$ .

β)



Το σημείο  $A(0, 2)$  είναι εξωτερικό σημείο της παραβολής, αφού είναι σημείο στον άξονα  $y'y$  και η παραβολή που μας δόθηκε έχει άξονα συμμετρίας τον άξονα  $x'x$  και μοναδικό κοινό σημείο με τον άξονα  $y'y$  την κορυφή της  $O(0, 0)$ . Θεωρούμε  $M(x_1, y_1)$  το σημείο επαφής. Η εξίσωση της εφαπτόμενης στο σημείο  $M$  θα είναι της μορφής  $y y_1 = p (x + x_1)$ , και επειδή  $p = 2$  η εφαπτόμενη θα είναι  $\varepsilon: y y_1 = 2 (x + x_1)$ . Η ευθεία  $\varepsilon$  διέρχεται από το σημείο  $A(0, 2)$ , οπότε οι συντεταγμένες του σημείου  $A$  επαληθεύουν την εξίσωση της ευθείας  $\varepsilon$ . Ισχύει δηλαδή  $2 y_1 = 2(0 + x_1) \Leftrightarrow y_1 = x_1 (2)$ .

Επιπλέον το σημείο  $M(x_1, y_1)$  είναι σημείο της παραβολής, οπότε ικανοποιεί την εξίσωση (1). Άρα  $y_1^2 = 4 x_1 (3)$ , και λόγω της (2) η σχέση (3) μας δίνει  $x_1^2 = 4 x_1 \Leftrightarrow x_1(x_1 - 4) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0$  ή  $x_1 = 4$ .

Για  $x_1 = 0$  από τη σχέση (2) έχουμε  $y_1 = 0$ , οπότε η εφαπτόμενη έχει εξίσωση  $0 = 2 (x + 0) \Leftrightarrow x = 0$ , δηλαδή ο άξονας  $y'y$ .

Για  $x_1 = 4$  από τη σχέση (2) έχουμε  $y_1 = 4$ , οπότε η εφαπτόμενη έχει εξίσωση  $\varepsilon: 4y = 2 (x + 4) \Leftrightarrow 2y = x + 4 \Leftrightarrow x - 2y + 4 = 0$ .

Άρα οι δύο εφαπτόμενες της παραβολής που διέρχονται από το σημείο  $A(0, 2)$  είναι οι:  $x = 0$  (άξονας  $y'y$ ) και η ευθεία  $\varepsilon$  με εξίσωση  $x - 2y + 4 = 0$ .

