

ΛΥΣΗ

α) Η υπερβολή με εξίσωση : $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ (1) έχει $\alpha^2 = 4$ και $\beta^2 = 1$. Οι εστίες της βρίσκονται στον άξονα $x'x$ και έχουν συντεταγμένες $E(\gamma, 0)$ και $E'(-\gamma, 0)$, όπου $\gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = \sqrt{5}$.

i. Οι εστίες της υπερβολής έχουν συντεταγμένες $E(\sqrt{5}, 0)$ και $E'(-\sqrt{5}, 0)$.

ii. Η εκκεντρότητα της υπερβολής είναι $\varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

iii. Οι ασύμπτωτες της υπερβολής είναι οι $y = \frac{\beta}{\alpha} x = \frac{1}{2} x$ και $y = -\frac{\beta}{\alpha} x = -\frac{1}{2} x$.

β) Η εξίσωση της εφαπτόμενης της υπερβολής στο σημείο της με συντεταγμένες (x_1, y_1)

θα έχει τη μορφή $\varepsilon : \frac{x x_1}{4} - y y_1 = 1 \Leftrightarrow x x_1 - 4 y y_1 = 4$. Οπότε για $x_1 = \sqrt{5}$ και $y_1 = \frac{1}{2}$

στην εξίσωση της ευθείας ε θα έχουμε $\varepsilon : \sqrt{5} \cdot x - 4 \cdot \frac{1}{2} y = 4$ ή $\varepsilon : \sqrt{5} \cdot x - 2 y = 4$.