

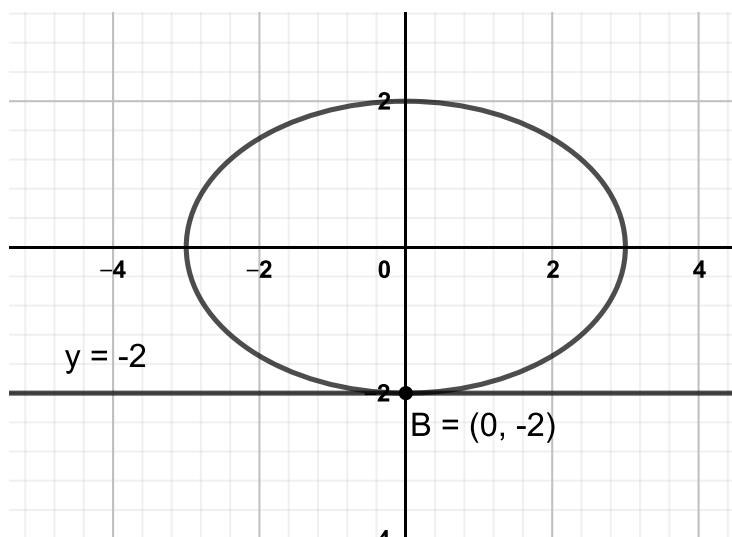
## ΛΥΣΗ

Η εξίσωση (1) είναι της μορφής  $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ , όπου  $\alpha^2 = 9$  και  $\beta^2 = 4$ . Η μορφή αυτής της εξίσωσης παριστάνει τα σημεία του επιπέδου που βρίσκονται σε έλλειψη με εστίες στον άξονα  $x'$ . Οι εστίες έχουν συντεταγμένες  $E(\gamma, 0)$ , και  $E'(-\gamma, 0)$ , όπου  $\gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} = \sqrt{5}$ . Η εκκεντρότητα της έλλειψης είναι  $\varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ .

Το μήκος του μεγάλου άξονα της έλλειψης είναι ίσο με  $2\alpha = 2 \cdot 3 = 6$

α) «Τα σημεία του επιπέδου που επαληθεύουν την εξίσωση (1) βρίσκονται σε μια καμπύλη που ονομάζεται **έλλειψη**. Οι εστίες της  $E$  και  $E'$ , έχουν συντεταγμένες  $E(\sqrt{5}, 0)$  και  $E'(-\sqrt{5}, 0)$ . Το μήκος του μεγάλου άξονα είναι ίσο με **6** και η εκκεντρότητα της είναι ίση με  $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ».

β)



Η εφαπτόμενη ευθεία σε σημείο με συντεταγμένες  $(x_1, y_1)$  της έλλειψης είναι της μορφής  $\varepsilon: \frac{x x_1}{9} + \frac{y y_1}{4} = 1 \Leftrightarrow 4 \cdot x x_1 + 9 \cdot y y_1 = 36$ . Δίνεται το σημείο επαφής  $B(0, -2)$ , οπότε αν θέσουμε στην εξίσωση της ευθείας  $\varepsilon$  όπου  $x_1 = 0$  και  $y_1 = -2$  θα έχουμε  $\varepsilon: 4x \cdot 0 + 9y \cdot (-2) = 36$  ή  $\varepsilon: -18y = 36$  ή  $\varepsilon: y = -2$ .