

ΛΥΣΗ

α) Η έλλειψη με εξίσωση την (1) έχει $\alpha^2 = 225$, $\beta^2 = 81$ και εστίες τα σημεία $E(\gamma, 0)$, $E'(-\gamma, 0)$. Είναι:

$$\gamma^2 = \alpha^2 - \beta^2 = 225 - 81 = 144$$

Άρα, $\gamma = 12$. Επομένως, οι εστίες της έλλειψης είναι:

$$E(12, 0), E'(-12, 0)$$

β) Εξετάζουμε αν οι συντεταγμένες του σημείου B επαληθεύουν την εξίσωση της έλλειψης. Για $x = 0$ και $y = 9$ είναι:

$$\frac{0^2}{225} + \frac{9^2}{81} = 1$$

Η τελευταία ισότητα είναι αληθής, οπότε το σημείο B είναι σημείο της έλλειψης.

γ) Η εξίσωση της εφαπτομένης της έλλειψης στο σημείο της $B(x_1, y_1)$ είναι:

$$\frac{xx_1}{225} + \frac{yy_1}{81} = 1$$

Αφού δίνεται ότι $B(0, 9)$, η ζητούμενη εξίσωση θα είναι:

$$\frac{0x}{225} + \frac{9y}{81} = 1 \quad \text{ή} \quad y = 9$$

Η καμπύλη της έλλειψης, οι εστίες E, E' της και η εφαπτομένη (ε) απεικονίζονται στο ακόλουθο σχήμα:

