

ΛΥΣΗ

α) Αρχικά υπολογίζουμε την παράμετρο p της παραβολής. Είναι:

$$2p = 1 \Leftrightarrow p = \frac{1}{2}$$

Η εστία E της παραβολής έχει συντεταγμένες

$$E\left(\frac{p}{2}, 0\right) = \left(\frac{1}{4}, 0\right)$$

Η διευθετούσα (δ) της παραβολής έχει εξίσωση

$$x = -\frac{p}{2} = -\frac{1}{4}$$

β) Εξετάζουμε αν οι συντεταγμένες του σημείου A επαληθεύουν την εξίσωση της παραβολής. Για $x = 1$ και $y = -1$ είναι:

$$(-1)^2 = 1$$

Η τελευταία ισότητα είναι αληθής, οπότε το σημείο A είναι σημείο της παραβολής.

γ) Η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής $y^2 = 2px$ στο σημείο της $A(x_1, y_1)$ είναι:

$$yy_1 = p(x + x_1)$$

Αφού δίνεται $A(1, -1)$, η ζητούμενη εξίσωση θα είναι:

$$-1 \cdot y = \frac{1}{2}(x + 1) \quad \text{ή} \quad x + 2y + 1 = 0$$

