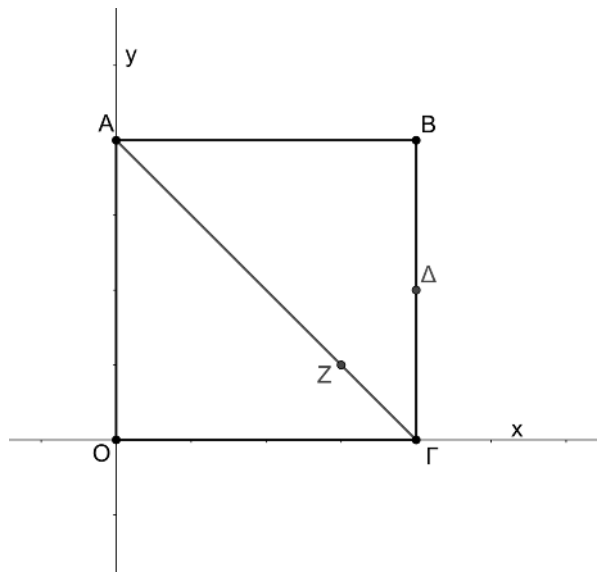


## ΛΥΣΗ



α)

- i. Οι συντεταγμένες του μέσου Δ του BΓ δίνονται από τους τύπους

$$x_{\Delta} = \frac{x_{\Gamma} + x_B}{2} = \frac{4 + 4}{2} = 4 \text{ και } y_{\Delta} = \frac{y_B + y_{\Gamma}}{2} = \frac{4 + 0}{2} = 2.$$

Επομένως, είναι Δ(4,2).

- ii. Έστω Z(x,y). Τότε  $\overrightarrow{AZ} = (x_Z - x_A, y_Z - y_A) = (x - 0, y - 4) = (x, y - 4)$  και

$$\overrightarrow{A\Gamma} = (x_{\Gamma} - x_A, y_{\Gamma} - y_A) = (4 - 0, 0 - 4) = (4, -4).$$

$$\text{Όμως } \overrightarrow{AZ} = \frac{3}{4} \overrightarrow{A\Gamma}, \text{ άρα } (x, y - 4) = \frac{3}{4}(4, -4) = (3, -3).$$

Επομένως  $x = 3$  και  $y - 4 = -3$ , δηλαδή  $y = 1$ . Άρα, είναι Z(3,1).

β) Από το ερώτημα β) έχουμε ότι  $\overrightarrow{AZ} = (3, -3)$ .

$$\overrightarrow{Z\Delta} = (x_{\Delta} - x_Z, y_{\Delta} - y_Z) = (4 - 3, 2 - 1) = (1, 1).$$

$\overrightarrow{AZ} \cdot \overrightarrow{Z\Delta} = (3, 3) \cdot (1, -1) = 3 - 3 = 0$ . Επομένως τα διανύσματα είναι κάθετα. Το ίδιο θα ισχύει και για τους φορείς τους, δηλαδή AΓ κάθετη στην ZΔ.

Εναλλακτική λύση:

Ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας AZ είναι  $\lambda_{AZ} = \frac{y_Z - y_A}{x_Z - x_A} = \frac{1 - 4}{3 - 0} = -1$ .

Ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας ZΔ είναι  $\lambda_{Z\Delta} = \frac{y_{\Delta} - y_Z}{x_{\Delta} - x_Z} = \frac{2 - 1}{4 - 3} = 1$ .

Επειδή  $\lambda_{AZ} \cdot \lambda_{Z\Delta} = -1$ , οι ευθείες AZ και ZΔ είναι κάθετες.