

ΛΥΣΗ

α) Η απόσταση του σημείου (x_0, y_0) από την ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$ δίνεται από τον τύπο:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}. \text{ Επομένως έχουμε } d(A, \varepsilon) = \frac{|3 \cdot (-2) - 4 \cdot 1|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{|-10|}{\sqrt{25}} = \frac{10}{5} = 2$$

β) Η ζητούμενη ευθεία (η) είναι κάθετη στην (ε), οπότε το γινόμενο των συντελεστών διεύθυνσης της (η) και της (ε) θα είναι -1. Ο συντελεστής διεύθυνσης της (ε) είναι

$$\lambda_2 = -\frac{A}{B} = -\frac{3}{-4} = \frac{3}{4}.$$

Επομένως ο συντελεστής διεύθυνσης της ζητούμενης ευθείας (η) θα είναι $-\frac{4}{3}$.

Η ευθεία διέρχεται από το $A(-2, 1)$, οπότε η εξίσωση θα είναι $y - y_0 = \lambda(x - x_0)$ ή $y - 1 = -\frac{4}{3}(x + 2)$

$$\text{ή } y = -\frac{4}{3}x - \frac{8}{3} + 1 \text{ ή } y = -\frac{4}{3}x - \frac{5}{3}.$$

γ) Η εξίσωση κύκλου με κέντρο το σημείο (x_0, y_0) και ακτίνα ρ δίνεται από την εξίσωση

$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho^2$ (1). Για να εφάπτεται ο κύκλος στην ευθεία (ε), θα πρέπει η απόσταση του κέντρου του Α από την (ε) να ισούται με την ακτίνα ρ . Στο ερώτημα (α) βρήκαμε ότι η απόσταση του Α από την (ε) είναι 2, επομένως $\rho = 2$ και η (1) γίνεται

$$(x - (-2))^2 + (y - 1)^2 = 2^2 \text{ ή } (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4.$$