

ΛΥΣΗ

α)

- i. Η παραβολή $y^2 = 2px$ διέρχεται από το $A(1,2)$, οπότε οι συντεταγμένες του σημείου A επαληθεύουν την εξίσωσή της, δηλαδή:

$$2^2 = 2p \cdot 1 \quad \text{ή} \quad 4 = 2p \quad \text{ή} \quad p = 2$$

Επομένως, $y^2 = 2 \cdot 2x$ ή $y^2 = 4x$.

- ii. Η εστία E της παραβολής είναι:

$$E\left(\frac{p}{2}, 0\right) \quad \text{ή} \quad E(1, 0)$$

β) Μία από τις εστίες της έλλειψης είναι το σημείο $E(\gamma, 0)$ και ο μεγάλος άξονας έχει μήκος

2α. Αφού η εστία είναι το σημείο $E(1, 0)$, έχουμε ότι $\gamma = 1$.

Επειδή ο μεγάλος άξονας έχει μήκος ίσο με 4 έχουμε ότι $2\alpha = 4$, οπότε $\alpha = 2$.

Είναι:

$$\beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2 = 2^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3$$

Οπότε, η εξίσωση της έλλειψης γίνεται:

$$\frac{x^2}{2^2} + \frac{y^2}{3} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$$