

## ΛΥΣΗ

α)

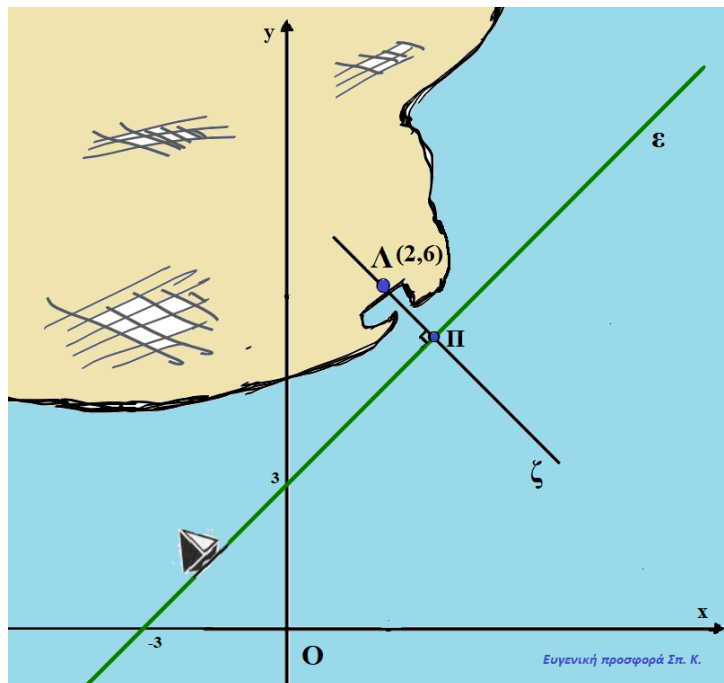
- i. Για το σημείο  $\Pi(\lambda-1, 2+\lambda)$  έχουμε:  $\begin{cases} x_{\Pi} = \lambda - 1 \\ y_{\Pi} = 2 + \lambda \end{cases}$  και . Απαλείφοντας το  $\lambda$  από τις 2

εξισώσεις έχουμε ότι  $y_{\Pi} = x_{\Pi} + 3$ . Επομένως η εξίσωση της τροχιάς του πλοίου είναι η ευθεία  $\varepsilon$  με εξίσωση την  $x-y+3=0$ .

- ii. Το πλοίο θα περάσει από το λιμάνι αν οι συντεταγμένες του λιμανιού  $\Lambda(2,6)$  επαληθεύουν την εξίσωση της τροχιάς του, δηλαδή την εξίσωση  $x-y+3=0$ .

Για  $y=6$  και  $x=2$  έχουμε  $2-6+3 = -1 \neq 0$ . Άρα το πλοίο δεν θα περάσει από το λιμάνι.

β)



- i. Η ελάχιστη απόσταση του πλοίου από το λιμάνι είναι το μήκος του κάθετου τμήματος  $\Lambda\Pi$ , με  $\Pi$  το σημείο τομής της ευθείας  $\varepsilon$  με την ευθεία  $\zeta$  που είναι κάθετη στην  $\varepsilon$  και διέρχεται από το  $\Lambda$ . Υπολογίζεται με την απόσταση του σημείου  $\Lambda$  από την  $\varepsilon$ . Δηλαδή

$$d(\Lambda, \varepsilon) = \frac{|2-6+3|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

- ii. Η ευθεία  $\zeta$  είναι κάθετη ευθεία στην  $\varepsilon$ , άρα  $\lambda_{\zeta} \cdot \lambda_{\varepsilon} = -1$ . Επειδή  $\lambda_{\varepsilon} = 1$ , έχουμε ότι  $\lambda_{\zeta} = -1$  και η εξίσωσή της είναι:  $y-y_{\Lambda} = -(x-x_{\Lambda})$  ή  $y-6 = -x+2 \Leftrightarrow x+y=8$ . Η θέση του πλοίου είναι

το κοινό σημείο των ευθειών  $\varepsilon$  και  $\zeta$ , που προσδιορίζεται από τη λύση του συστήματος.

$$(\Sigma) \begin{cases} x - y = -3 \\ x + y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 5 \\ x + y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = \frac{11}{2} \end{cases}$$

Άρα όταν το πλοίο απέχει την ελάχιστη απόσταση από το λιμάνι βρίσκεται στο σημείο  $\left(\frac{5}{2}, \frac{11}{2}\right)$  του καρτεσιανού επιπέδου.