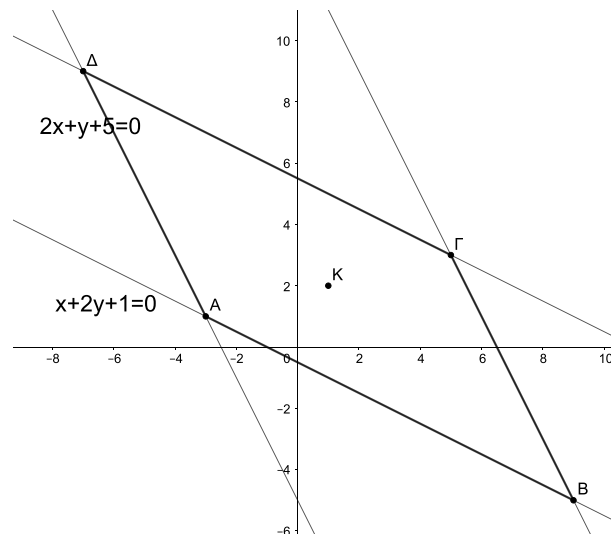


## ΛΥΣΗ



α)

- i. Έστω ABΓΔ το παραλληλόγραμμο στο οποίο είναι AB:  $x+2y+1=0$  και AD:  $2x+y+5=0$ . Το σημείο τομής των ευθειών AB και AD είναι το σημείο A, του οποίου οι συντεταγμένες προκύπτουν από τη λύση του παρακάτω συστήματος.

$$(\Sigma): \begin{cases} x+2y+1=0 \\ 2x+y+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x-4y-2=0 \\ 2x+y+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3y+3=0 \\ 2x+y+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ x=-3 \end{cases}$$

Άρα A(-3, 1).

- ii. Το σημείο K είναι το κέντρο του παραλληλογράμμου, οπότε είναι το μέσο του τμήματος AG. Αν  $\Gamma(x_\Gamma, y_\Gamma)$ , τότε για το σημείο K έχουμε,  $K\left(\frac{-3+x_\Gamma}{2}, \frac{1+y_\Gamma}{2}\right)$ . Όμως οι συντεταγμένες του K είναι (1,2), οπότε  $\frac{-3+x_\Gamma}{2} = 1 \Leftrightarrow x_\Gamma = 5$  και  $\frac{1+y_\Gamma}{2} = 2 \Leftrightarrow y_\Gamma = 3$ .

Άρα Γ(5,3).

β) Η πλευρά BΓ διέρχεται από το σημείο Γ(5,3) και  $B\Gamma \parallel AD$ . Η εξίσωση της ευθείας AD είναι:  $2x+y+5=0$  με  $\lambda_{AD} = -2$ . Άρα  $\lambda_{B\Gamma} = -2$ , οπότε η εξίσωση της BΓ είναι

$$B\Gamma: y-y_\Gamma = -2(x-x_\Gamma) \text{ ή } y-3 = -2(x-5) \Leftrightarrow 2x+y-13=0.$$

Η πλευρά ΓΔ διέρχεται από το Γ(5,3) και  $\Gamma\Delta \parallel AB$ . Η εξίσωση της ευθείας AB είναι  $x+2y+1=0$  με  $\lambda_{AB} = -\frac{1}{2}$ . Άρα  $\lambda_{\Gamma\Delta} = -\frac{1}{2}$ , οπότε η εξίσωση της ΓΔ είναι:

$$\Gamma\Delta: y-y_\Gamma = -\frac{1}{2}(x-x_\Gamma) \text{ ή } y-3 = -\frac{1}{2}(x-5) \Leftrightarrow x+2y-11=0$$