

## ΛΥΣΗ

α) Το σημείο  $A(0,0)$  είναι η αρχή των αξόνων. Επομένως,

$\overrightarrow{AD} = (2,4)$  και  $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AB} = (10,4) - (8,0) = (2,4)$ , οπότε  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BG}$ , άρα  $AD \parallel BG$ , συνεπώς το τετράπλευρο  $ABGD$  είναι παραλληλόγραμμο.

β) Αν  $M$  και  $N$  είναι τα μέσα των πλευρών  $AB$  και  $BG$  αντίστοιχα, τότε

$M(\frac{x_A+x_B}{2}, \frac{y_A+y_B}{2})$  ή ισοδύναμα  $M(\frac{0+8}{2}, \frac{0+0}{2})$ , δηλαδή  $M(4,0)$ .

$N(\frac{x_B+x_G}{2}, \frac{y_B+y_G}{2})$  ή ισοδύναμα  $N(\frac{8+10}{2}, \frac{0+4}{2})$ , δηλαδή  $N(9,2)$ .

γ) Εξίσωση της ευθείας  $AG$ :  $\frac{y-y_A}{x-x_A} = \frac{y_G-y_A}{x_G-x_A} \Leftrightarrow \frac{y-0}{x-0} = \frac{4-0}{10-0} \Leftrightarrow y = \frac{2}{5}x$  (1).

Εξίσωση της ευθείας  $DM$ :  $\frac{y-y_M}{x-x_M} = \frac{y_D-y_M}{x_D-x_M} \Leftrightarrow \frac{y-0}{x-4} = \frac{4-0}{2-4} \Leftrightarrow y = -2x + 8$  (2).

Εξίσωση της ευθείας  $DN$ :  $\frac{y-y_N}{x-x_N} = \frac{y_D-y_N}{x_D-x_N} \Leftrightarrow \frac{y-2}{x-9} = \frac{4-2}{2-9} \Leftrightarrow y - 2 = \frac{-2}{7}(x - 9) \Leftrightarrow y = \frac{-2}{7}x + \frac{32}{7}$  (3).

Το σημείο  $K$  είναι σημείο τομής των ευθεών  $AG$  και  $DM$ , συνεπώς οι συντεταγμένες του είναι λύση του συστήματος των εξισώσεων (1) και (2):  $y = \frac{2}{5}x$  και  $y = -2x + 8$ .

Εξισώνοντας τα δεξιά μέλη έχουμε  $\frac{2}{5}x = -2x + 8$  δηλαδή  $x = \frac{10}{3}$ , άρα  $K(\frac{10}{3}, \frac{4}{3})$ .

Το σημείο  $\Lambda$  είναι σημείο τομής των ευθεών  $AG$  και  $DN$ , συνεπώς οι συντεταγμένες του είναι λύση του συστήματος των εξισώσεων (1) και (3):  $y = \frac{2}{5}x$  και  $y = \frac{-2}{7}x + \frac{32}{7}$ .

Εξισώνοντας τα δεξιά μέλη έχουμε  $\frac{2}{5}x = \frac{-2}{7}x + \frac{32}{7}$  δηλαδή  $x = \frac{20}{3}$ , άρα  $\Lambda(\frac{20}{3}, \frac{8}{3})$ .

δ) Το σημείο  $A(0,0)$  είναι η αρχή των αξόνων και έχουμε:

Από την εκφώνηση:  $\overrightarrow{AG} = (10,4)$

Από την απάντηση του γ) ερωτήματος:  $\overrightarrow{AK} = (\frac{10}{3}, \frac{4}{3})$  και  $\overrightarrow{AL} = (\frac{20}{3}, \frac{8}{3})$ .

Άρα,  $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AG}$  και  $\overrightarrow{AL} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AG}$ .



Συνεπώς, τα σημεία  $K$  και  $\Lambda$  τριχοτομούν τη διαγώνιο  $AG$ .