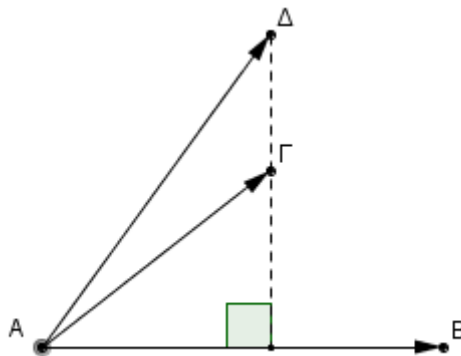


ΛΥΣΗ

α) i) Το εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων, εξ ορισμού, είναι αριθμός. Άρα, οι ποσότητες $\vec{AB} \cdot \vec{AG}$ και $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$ είναι αριθμοί.

ii) Ως αριθμοί, οι ποσότητες $\vec{AB} \cdot \vec{AG}$ και $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$ μπορούν να συγκριθούν και μάλιστα υπάρχουν τρεις περιπτώσεις: $\vec{AB} \cdot \vec{AG} > \vec{AB} \cdot \vec{AD}$ ή $\vec{AB} \cdot \vec{AG} < \vec{AB} \cdot \vec{AD}$ ή $\vec{AB} \cdot \vec{AG} = \vec{AB} \cdot \vec{AD}$.

β) Στην περίπτωση αυτή ισχύει: $\vec{AB} \cdot \vec{AG} = \vec{AB} \cdot \vec{AD}$



αφού:

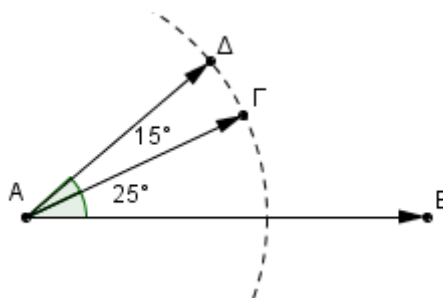
$$\vec{GD} \perp \vec{AB} \Rightarrow (\vec{AD} - \vec{AG}) \perp \vec{AB} \Rightarrow (\vec{AD} - \vec{AG}) \cdot \vec{AB} = 0 \Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{AB} - \vec{AG} \cdot \vec{AB} = 0$$

Άρα,

$$\vec{AB} \cdot \vec{AG} = \vec{AB} \cdot \vec{AD}.$$

γ) Εδώ, τα Γ, Δ είναι σημεία κύκλου με κέντρο Α και ακτίνα, ας πούμε, ρ.

Οπότε, $|\vec{AG}| = |\vec{AD}| = \rho$.



Έχουμε λοιπόν,

$$\vec{AB} \cdot \vec{AG} = |\vec{AB}| |\vec{AG}| \cos 25^\circ = |\vec{AB}| \rho \cos 25^\circ$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AD} = |\vec{AB}| |\vec{AD}| \cos(25^\circ + 15^\circ) = |\vec{AB}| \rho \cos 40^\circ$$

Όμως, $\cos 25^\circ > \cos 40^\circ$.

Άρα, $\vec{AB} \cdot \vec{AG} > \vec{AB} \cdot \vec{AD}$.