

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  και  $\Delta, E$  σημεία εσωτερικά των πλευρών  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα τέτοια ώστε  $\overrightarrow{AB} = \kappa \cdot \overrightarrow{A\Delta}$  και  $\overrightarrow{A\Gamma} = \lambda \cdot \overrightarrow{AE}$ , όπου  $\kappa$  και  $\lambda$  θετικοί πραγματικοί αριθμοί. Αν  $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$  και  $\overrightarrow{A\Gamma} = \vec{\beta}$ , τότε:

α) Να εκφράσετε τα διανύσματα  $\overrightarrow{\Delta E}$  και  $\overrightarrow{B\Gamma}$  ως γραμμικό συνδυασμό των  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ .

(Μονάδες 8)

β)

i. Αν  $\kappa = \lambda$ , να αποδείξετε ότι  $\overrightarrow{B\Gamma} \parallel \overrightarrow{\Delta E}$  και  $|\overrightarrow{B\Gamma}| = \kappa |\overrightarrow{\Delta E}|$ . (Μονάδες 10)

ii. Αν  $\kappa = \lambda = 2$ , να γράψετε τη σχέση που συνδέει τα διανύσματα  $\overrightarrow{\Delta E}$  και  $\overrightarrow{B\Gamma}$  και να διατυπώσετε λεκτικά ποιο γνωστό θεώρημα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας έχει αποδειχθεί. (Μονάδες 7)