

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η παραβολή  $C: x^2=4y$  και η ευθεία  $\epsilon: y=x-2$ .

α) Να βρείτε την εστία  $E$  και τη διευθετούσα  $\delta$  της παραβολής. (Μονάδες 5)

β) Να αποδείξετε ότι η ευθεία και η παραβολή δεν έχουν κοινά σημεία. Στη συνέχεια σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων  $Oxy$  να σχεδιαστούν οι γραφικές παραστάσεις της παραβολής  $C$  και της ευθείας  $\epsilon$ . (Μονάδες 8)

γ) Αν  $M(x,y)$  είναι σημείο της παραβολής, τότε:

i. Να αποδείξετε ότι η απόσταση του  $M$  από την ευθεία  $\epsilon$  είναι  $d(M,\epsilon) = \frac{\frac{1}{4}x^2 - x + 2}{\sqrt{2}}$

(Μονάδες 6)

ii. Να βρείτε την ελάχιστη απόσταση του σημείου  $M$  από την ευθεία  $\epsilon$  καθώς και τις συντεταγμένες του σημείου  $M$  της παραβολής που απέχει την ελάχιστη απόσταση από την ευθεία. (Μονάδες 6)