

ΘΕΜΑ 4

Θεωρούμε την εξίσωση $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$, (1) και η ευθεία $\varepsilon: x - 2y + 3 = 0$.

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο C του οποίου να βρείτε το κέντρο K και την ακτίνα ρ.

(Μονάδες 5)

β) Να εξετάσετε αν η ευθεία ε έχει κοινά σημεία με τον κύκλο C.

(Μονάδες 5)

γ) Να βρείτε τις εφαπτόμενες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ του κύκλου C που είναι κάθετες στην ευθεία ε .

(Μονάδες 7)

δ) Να αποδείξετε ότι $d(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = 2\rho$. Πως αιτιολογείται γεωμετρικά το συμπέρασμα αυτό;

(Μονάδες 8)