

ΛΥΣΗ

α) Αν προσθέσουμε τις δοσμένες διανυσματικές ισότητες, παίρνουμε

$$\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\alpha} - \vec{\beta} = (11, 2) + (-5, -10)$$

δηλαδή $2\vec{\alpha} = (6, -8)$, οπότε $\vec{\alpha} = (3, -4)$.

Με $\vec{\alpha} = (3, -4)$ η πρώτη ισότητα δίνει

$$\vec{\beta} = (11, 2) - (3, -4) = (8, 6)$$

β) Για τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (3, -4)$ και $\vec{\beta} = (8, 6)$ έχουμε

$$\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = (3, -4)(8, 6) = 24 - 24 = 0$$

οπότε $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$. Επιπλέον,

$$|\vec{\alpha}| = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5, |\vec{\beta}| = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$$

οπότε $|\vec{\beta}| = 2|\vec{\alpha}|$.