

ΛΥΣΗ

α) Η υπερβολή C έχει εστίες τα σημεία $E(5,0), E'(-5,0)$ οπότε έχει εξίσωση της

μορφής $\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ και $\gamma = 5$. Αφού έχει εκκεντρότητα $\frac{5}{4}$ συμπεραίνουμε ότι

$$\frac{\gamma}{\alpha} = \frac{5}{4} \Leftrightarrow \frac{5}{\alpha} = \frac{5}{4} \Leftrightarrow \alpha = 4. \text{ Από τη σχέση } \gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2 \text{ έχουμε ότι}$$

$$5^2 = 4^2 + \beta^2 \Leftrightarrow \beta^2 = 9 \stackrel{\beta > 0}{\Leftrightarrow} \beta = 3. \text{ Τελικά η ζητούμενη εξίσωση είναι } \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1.$$

β) Οι εξισώσεις των ασύμπτωτων της C είναι $y = \frac{\beta}{\alpha}x \Leftrightarrow y = \frac{3}{4}x$ και

$$y = -\frac{\beta}{\alpha}x \Leftrightarrow y = -\frac{3}{4}x.$$

γ) Η εφαπτόμενη στο $M(5, \frac{9}{4})$ έχει εξίσωση $\frac{5 \cdot x}{25} - \frac{\frac{9}{4} \cdot y}{9} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{5} - \frac{y}{4} = 1.$