

### ΛΥΣΗ

α) Ως γνωστόν, η παραβολή που έχει κορυφή την αρχή των αξόνων και άξονα συμμετρίας τον  $y'y$  έχει εξίσωση την  $x^2 = 2py$ . Επιπλέον, έχει εστία το σημείο  $E\left(0, \frac{p}{2}\right)$  και διευθετούσα την ευθεία  $y = -\frac{p}{2}$ .

Επειδή η παραβολή διέρχεται από το σημείο  $A(1,2)$  συμπεραίνουμε ότι οι συντεταγμένες του επαληθεύουν την εξίσωσή της. Επομένως είναι:  $1^2 = 2p \cdot 2 \Leftrightarrow p = \frac{1}{4}$

Άρα η εξίσωση της παραβολής είναι η (c):  $x^2 = \frac{1}{2}y$ .

Επίσης, η παραβολή έχει εστία το σημείο  $E\left(0, \frac{1}{8}\right)$  και διευθετούσα την ευθεία  $y = -\frac{1}{8}$ .

β) Η παραβολή έχει άξονα συμμετρίας τον άξονα  $y'y$ . Είναι γνωστό ότι τα συμμετρικά σημεία ως προς τον άξονα  $y'y$  έχουν την ίδια τεταγμένη και αντίθετη τετμημένη. Αν λοιπόν  $A'(x, y)$  είναι το συμμετρικό σημείο του  $A$ , τότε είναι  $A'(-1,2)$ .

γ)

- i. Η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής  $x^2 = 2py$  στο σημείο της  $M(x_1, y_1)$  είναι  $x \cdot x_1 = p(y + y_1)$ .

Επομένως, η εξίσωση της εφαπτομένης (ε) της παραβολής (c):  $x^2 = \frac{1}{2}y$  στο σημείο της  $A'(-1,2)$ , είναι:

$$x \cdot (-1) = \frac{1}{4}(y + 2) \Leftrightarrow -4x = y + 2 \Leftrightarrow y = -4x - 2$$

- ii. Για  $x = 0$ , η (ε):  $y = -4x - 2$  γίνεται  $y = -4 \cdot 0 - 2 = -2$ .

Επομένως, το σημείο τομής της (ε) με τον άξονα  $y'y$  είναι το σημείο  $B(0, -2)$ . Για τον σχεδιασμό της ευθείας (ε) αρκεί να φέρουμε την ευθεία που διέρχεται από τα σημεία  $A'(-1,2)$  και  $B(0, -2)$ .

