

## ΛΥΣΗ

α) Η  $\varepsilon_1$  διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο  $A(3, \sqrt{3})$  ενώ η  $\varepsilon_2$  διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο  $B(3, 3)$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

β) Η  $\varepsilon_1$  έχει συντελεστή διεύθυνσης  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  οπότε σχηματίζει με τον  $xx'$  γωνία  $30^\circ$ , ενώ η  $\varepsilon_2$  έχει συντελεστή διεύθυνσης 1, οπότε σχηματίζει με τον  $xx'$  γωνία  $45^\circ$ .

$$\gamma) \text{ Είναι } \overrightarrow{OA} = (3, \sqrt{3}), \overrightarrow{OB} = (3, 3) \text{ οπότε } (OAB) = \frac{1}{2} |\det(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})| = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & \sqrt{3} \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = \frac{9 - 3\sqrt{3}}{2}$$

τετραγωνικές μονάδες.

δ) Όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα η οξεία γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  είναι η διαφορά των γωνιών που σχηματίζει η κάθε μία από τις  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  με τον  $xx'$ , δηλαδή

$45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$ . Γνωρίζουμε από τη γεωμετρία ότι  $(OAB) = \frac{1}{2} \cdot (OA) \cdot (OB) \cdot \eta\mu 15^\circ$ , οπότε

$$\begin{aligned} (OAB) &= \frac{1}{2} \cdot (OA) \cdot (OB) \cdot \eta\mu 15^\circ \Leftrightarrow \\ \frac{9 - 3\sqrt{3}}{2} &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3^2 + (\sqrt{3})^2} \cdot \sqrt{3^2 + 3^2} \cdot \eta\mu 15^\circ \Leftrightarrow \\ 9 - 3\sqrt{3} &= \sqrt{12} \cdot \sqrt{18} \cdot \eta\mu 15^\circ \Leftrightarrow \\ 3(3 - \sqrt{3}) &= 2\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{2} \cdot \eta\mu 15^\circ \Leftrightarrow \\ \eta\mu 15^\circ &= \frac{3 - \sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2}} \Leftrightarrow \\ \eta\mu 15^\circ &= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1)}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2}} \Leftrightarrow \\ \eta\mu 15^\circ &= \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}} \end{aligned}$$

