

# ΛΥΣΗ

α) Είναι  $d(A, \varepsilon) = \frac{|8+1-1|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{8}{\sqrt{2}}$  και  $d(B, \varepsilon) = \frac{|-7+4-1|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{4}{\sqrt{2}}$  οπότε η πόλη B

είναι πλησιέστερα στη γραμμή του τραίνου.

β) Το πλησιέστερο σημείο Π της πόλης B στην ευθεία (ε), είναι η προβολή του σημείου B στην ευθεία (ε). Η ευθεία (ε) έχει συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda_\varepsilon = -1$ , οπότε η κάθετη της ευθείας η θα έχει  $\lambda_\eta = 1$ . Η ευθεία (η) θα έχει εξίσωση

$$y - y_B = \lambda_\eta (x - x_B) \Leftrightarrow y - 4 = 1 \cdot (x + 7) \Leftrightarrow y = x + 11.$$

Οι συντεταγμένες του σημείου Π είναι η λύση του συστήματος  $\begin{cases} x + y = 1 \\ y = x + 11 \end{cases}$ .

Με αντικατάσταση της 2ης εξίσωσης στην 1η έχουμε:

$x + x + 11 = 1 \Leftrightarrow 2x = -10 \Leftrightarrow x = -5$  και στη συνέχεια βρίσκουμε  $y = 6$ . Συνεπώς το σημείο Π έχει συντεταγμένες  $\Pi(-5, 6)$ .

γ)

i. ο σταθμός Σ θα ισαπέχει από τις πόλεις A, B αν και μόνο αν ανήκει στη

μεσοκάθετο του τμήματος AB. Η ευθεία AB έχει  $\lambda_{AB} = \frac{4-1}{-7-8} = \frac{3}{-15} = -\frac{1}{5}$  οπότε

η μεσοκάθετος (ζ) του AB έχει συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda_\zeta$  για τον οποίο ισχύει

$$\lambda_\zeta \cdot \lambda_{AB} = -1 \Leftrightarrow \lambda_\zeta \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = -1 \Leftrightarrow \lambda_\zeta = 5.$$

Το μέσο E του τμήματος AB έχει συντεταγμένες  $E\left(\frac{-7+8}{2}, \frac{4+1}{2}\right)$ , δηλαδή

$$E\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right).$$

Η ευθεία (ζ) θα έχει εξίσωση  $y - y_E = \lambda_\zeta (x - x_E) \Leftrightarrow y - \frac{5}{2} = 5 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow y = 5x$ .

Οι συντεταγμένες του σημείου Σ είναι η λύση του συστήματος  $\begin{cases} x + y = 1 \\ y = 5x \end{cases}$ . Με

αντικατάσταση της 2ης εξίσωσης στην 1η έχουμε  $x + 5x = 1 \Leftrightarrow 6x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{6}$

και κατόπιν  $y = \frac{5}{6}$ . Συνεπώς το σημείο Σ έχει συντεταγμένες  $\Sigma\left(\frac{1}{6}, \frac{5}{6}\right)$  (το  $\Sigma_2$  στο

σχήμα).

ii. Το οδικό δίκτυο που θα συνδέει το σταθμό  $\Sigma$  με τις πόλεις  $A, B$  θα έχει το μικρότερο δυνατό μήκος αν και μόνο αν το  $\Sigma$  ανήκει στην ευθεία  $AB$ . Η ευθεία

$AB$  έχει  $\lambda_{AB} = \frac{4-1}{-7-8} = \frac{3}{-15} = -\frac{1}{5}$  και εξίσωση

$$y - y_A = \lambda_{AB}(x - x_A) \Leftrightarrow y - 1 = -\frac{1}{5} \cdot (x - 8) \Leftrightarrow 5y - 5 = -x + 8 \Leftrightarrow 5y + x = 13.$$

Οι συντεταγμένες του σημείου  $\Sigma$  είναι η λύση του συστήματος  $\begin{cases} x + y = 1 \\ 5y + x = 13 \end{cases}$ . Με

αντικατάσταση της 2ης εξίσωσης στην 1η έχουμε  $13 - 5y + y = 1 \Leftrightarrow -4y = -12 \Leftrightarrow y = 3$  και στη συνέχεια  $x = -2$ . Συνεπώς το σημείο  $\Sigma$  έχει συντεταγμένες  $\Sigma(-2, 3)$  (το  $\Sigma_1$  στο σχήμα).

