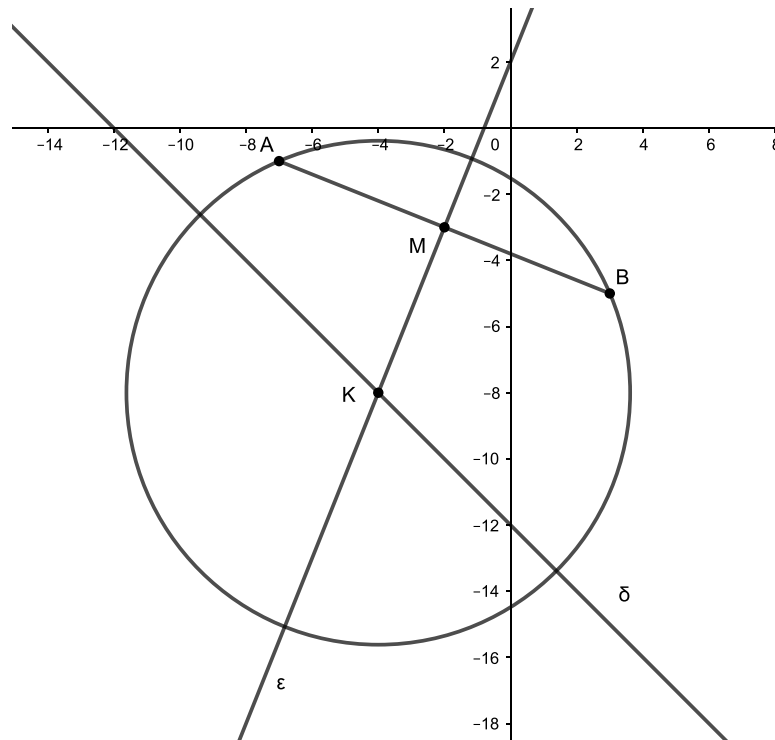


ΛΥΣΗ



α)

- i. Το μέσο M του τμήματος AB έχει συντεταγμένες $M\left(\frac{-7+3}{2}, \frac{-1-5}{2}\right) = (-2, -3)$.
- ii. Το τμήμα KM ενώνει το κέντρο του κύκλου με το μέσο M της χορδής AB, οπότε είναι το απόστημα της χορδής και $KM \perp AB$. Οπότε $\lambda_{AB} \cdot \lambda_{KM} = -1$.

Είναι $\lambda_{AB} = \frac{-5+1}{3+7} = -\frac{2}{5}$, επομένως $\lambda_{KM} = \frac{5}{2}$. Η εξίσωση της ευθείας KM είναι

$$(KM): y - y_M = \frac{5}{2}(x - x_M) \Leftrightarrow y + 3 = \frac{5}{2}(x + 2) \Leftrightarrow 2y + 6 = 5x + 10 \Leftrightarrow 5x - 2y + 4 = 0$$

β)

- i. Το κέντρο K του κύκλου ανήκει στην ευθεία δ και στην ευθεία KM. Άρα η τομή των δύο ευθειών, δηλαδή η λύση του συστήματος των δύο εξισώσεών τους, θα είναι οι συντεταγμένες του σημείου K.

$$(\Sigma) \begin{cases} 5x - 2y = -4 \\ x + y = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 2y = -4 \\ 2x + 2y = -24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = -28 \\ x + y = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -8 \end{cases}$$

Άρα $K(-4, -8)$.

- ii. Αρκεί να βρούμε την ακτίνα του κύκλου που είναι το μήκος του τμήματος KA.

$$(KA) = \sqrt{(-4 + 7)^2 + (-8 + 1)^2} = \sqrt{9 + 49} = \sqrt{58}.$$

Η εξίσωση του κύκλου είναι $C: (x+4)^2 + (y+8)^2 = 58$.