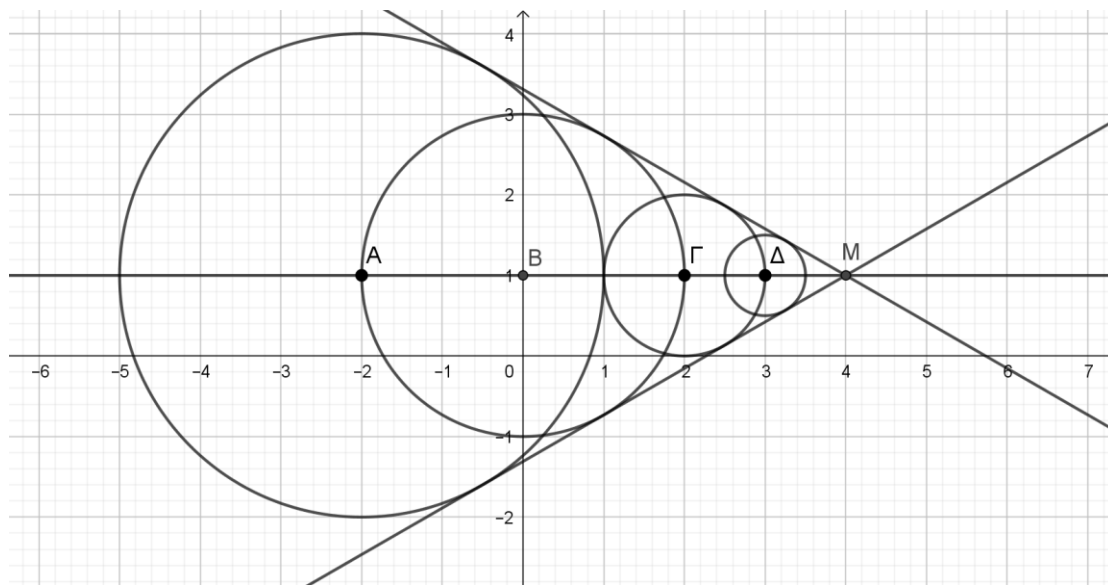


ΘΕΜΑ 4

Επιστήμονες προκειμένου να μελετήσουν υδρόβιο έντομο κατέγραψαν στιγμιότυπα από τους ομόκεντρους κύκλους με κέντρα τα σημεία A, B, Γ, Δ και ακτίνες $3, 2, 1, \frac{1}{2}$ αντίστοιχα, που σχηματίζονται σε κάθε προσγείωση του στο νερό. Η εικόνα από τις εναέριες λήψεις αποτυπώθηκαν σε σύστημα αξόνων όπως φαίνεται στο σχήμα. Το έντομο κινούμενο ευθύγραμμο περνάει από τα σημεία A, B, Γ, Δ για να καταγραφεί την στιγμή που καταλήγει στο σημείο M .



α) Να βρείτε την εξίσωση της πορείας του εντόμου.

(Μονάδες 4)

β)

i. Να δείξετε ότι η ευθεία $(\varepsilon_1): y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{3-4\sqrt{3}}{3}$ είναι κοινή εφαπτόμενη των τεσσάρων κύκλων.

(Μονάδες 7)

ii. Να βρείτε την εξίσωση της άλλης κοινής εφαπτομένης.

(Μονάδες 10)

γ) Με βάση το μοτίβο που ακολουθούν οι κινήσεις του εντόμου να βρείτε ότι η τελική θέση του εντόμου είναι το σημείο $M(4, 1)$.

(Μονάδες 4)

Δίνεται ότι $\varepsilon\varphi 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.