

ΛΥΣΗ

α) Είναι  $\overrightarrow{AB} = (1-4, 1-3) = (-3, -2)$  και

$$\overrightarrow{AG} = (6-4, 0-3) = (2, -3).$$

β) Έχουμε  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = -3 \cdot 2 + (-2)(-3) = 0$ , άρα τα διανύσματα  $\overrightarrow{AB}$  και  $\overrightarrow{AG}$  είναι κάθετα.

$$\gamma) \text{ Είναι } (MA) = \sqrt{\left(4 - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(3 - \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{26}}{2} \text{ και}$$

$$(MB) = \sqrt{\left(1 - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{26}}{2}. \text{ Άρα } (MA) = (MB).$$

Εναλλακτική Λύση

$$\text{Παρατηρούμε για τις συντεταγμένες του σημείου } M \text{ ότι ισχύει } \begin{cases} \frac{7}{2} = \frac{1+6}{2} = \frac{x_B + x_\Gamma}{2} \\ \frac{1}{2} = \frac{1+0}{2} = \frac{y_B + y_\Gamma}{2} \end{cases},$$

δηλαδή το σημείο  $M$  είναι το μέσον της υποτείνουσας  $B\Gamma$ . Από το β) ερώτημα η γωνία  $\hat{BAG}$  είναι ορθή και από την Ευκλείδεια γεωμετρία γνωρίζουμε ότι το μέσον υποτείνουσας ορθογωνίου τριγώνου ισαπέχει από τις κορυφές του, άρα  $(MA) = (MB)$ .