

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η εξίσωση  $(x-3\lambda)^2 + (y+2\lambda)^2 = 1$  (1) όπου  $\lambda \in \mathbb{R}$  και η ευθεία

$$\varepsilon : 2x + 3y = 0.$$

α) Να αποδείξετε ότι για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$  τα κέντρα των κύκλων που προκύπτουν από την (1) ανήκουν στην ευθεία  $\varepsilon$ .

(Μονάδες 6)

β) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  που απέχουν μεταξύ τους 2 μονάδες και έχουν μεσοπαράλληλη την ευθεία  $\varepsilon$ .

(Μονάδες 7)

γ) Να αποδείξετε ότι όλοι οι κύκλοι που προκύπτουν από την (1) εφάπτονται σε δύο σταθερές ευθείες.

(Μονάδες 6)

δ) Να βρείτε το εμβαδόν ενός τετραγώνου του οποίου δύο απέναντι πλευρές ανήκουν στις ευθείες  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  αντίστοιχα.

(Μονάδες 6)