

## ΛΥΣΗ

α) Η  $\varepsilon_1$  διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο  $A(1, \sqrt{3})$  ενώ η  $\varepsilon_2$  διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο  $B(1, 1)$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

β) Η  $\varepsilon_1$  έχει συντελεστή διεύθυνσης  $\sqrt{3}$  οπότε σχηματίζει με τον  $x'$  γωνία  $60^\circ$ , ενώ  $\varepsilon_2$  έχει συντελεστή διεύθυνσης 1 οπότε σχηματίζει με τον  $x'$  γωνία  $45^\circ$ .

γ) Όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα, η οξεία γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  είναι η διαφορά των γωνιών που σχηματίζει η κάθε μία από τις  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  με τον  $x'$ , δηλαδή  $60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$ .

δ) Το  $\vec{\delta}_1 = (1, \sqrt{3})$  είναι παράλληλο στην ευθεία  $\varepsilon_1$  και το  $\vec{\delta}_2 = (1, 1)$  είναι παράλληλο στην ευθεία  $\varepsilon_2$ . Είναι  $|\vec{\delta}_1| = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2$ ,  $|\vec{\delta}_2| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$  και

$$\vec{\delta}_1 \cdot \vec{\delta}_2 = (1, \sqrt{3}) \cdot (1, 1) = 1 + \sqrt{3} > 0 \text{ οπότε } \sin 15^\circ = \sin(\vec{\delta}_1 \wedge \vec{\delta}_2) = \frac{\vec{\delta}_1 \cdot \vec{\delta}_2}{|\vec{\delta}_1| \cdot |\vec{\delta}_2|} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}}.$$

