

Λύση

α) Ισχύει ότι η εστιακή απόσταση είναι $2\gamma = 2\sqrt{7} \Leftrightarrow \gamma = \sqrt{7}$.

Για την εκκεντρότητα της υπερβολής ισχύει ότι $\varepsilon = \frac{\gamma}{a} > 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{7}}{2} = \frac{\sqrt{7}}{a} \Leftrightarrow a = 2$.

Για τους συντελεστές α, β ισχύει ότι $\beta^2 = \gamma^2 - \alpha^2 = \sqrt{7}^2 - 2^2 = 3 \Leftrightarrow \beta = \sqrt{3}$.

β) i) Οι κορυφές της υπερβολής έχουν συντεταγμένες $A(\alpha, 0), A'(-\alpha, 0)$, άρα θα είναι οι $A(2, 0), A'(-2, 0)$.

ii) Οι ασύμπτωτες της υπερβολής είναι $\varepsilon_1: y = -\frac{\beta}{a}x, \varepsilon_2: y = \frac{\beta}{a}x$ οπότε θα έχουμε:

$$\varepsilon_1: y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x, \varepsilon_2: y = \frac{\sqrt{3}}{2}x.$$

γ) Η γραφική παράσταση και τα υπόλοιπα στοιχεία φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.

