

Λύση

α) Η εξίσωση (C) ανήκει σε υπερβολή, διότι είναι της μορφής  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  με  $a=2, b=3$ .

Οι εστίες της έχουν συντεταγμένες  $E(\gamma, 0), E'(-\gamma, 0)$

όπου  $b^2 = \gamma^2 - a^2 \Leftrightarrow \gamma^2 = a^2 + b^2 = 4 + 9 = 13$ . Οπότε  $E(\sqrt{13}, 0), E'(-\sqrt{13}, 0)$ .

β) Για  $x=1, y=2022$  η εξίσωση (C) γίνεται:

$$\frac{1^2}{4} - \frac{2022^2}{9} = 36 \Leftrightarrow 9 - 4 \cdot 2022^2 = 36^2 \Leftrightarrow 4 \cdot 2022^2 = 9 - 36^2 < 0, \text{ η οποία δεν μπορεί να ισχύει.}$$

Άρα το σημείο M δεν μπορεί να ανήκει στην υπερβολή.

Γενικότερα, είναι γνωστό ότι για μία υπερβολή με εξίσωση  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ισχύει ότι  $x \leq -a$  ή

$x \geq a$ .