

ΛΥΣΗ

α) Έχουμε $A(t-1, 2t-1)$, $t \geq 0$. Αν $A(x, y)$ τότε:

$$\begin{cases} x = t - 1 \\ y = 2t - 1 \\ t \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = x + 1 \\ y = 2(x + 1) - 1 \\ x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = x + 1 \\ y = 2x + 1, \\ x \geq -1 \end{cases}$$

άρα το σημείο A κινείται στην ημιευθεία $\varepsilon_1: y = 2x + 1$ με $x \geq -1$.

Επίσης έχουμε $B(3t-1, -4t-1)$, $t \geq 0$. Αν $B(x, y)$ τότε:

$$\begin{cases} x = 3t - 1 \\ y = -4t - 1 \\ t \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{x+1}{3} \\ y = -4\frac{x+1}{3} - 1 \\ \frac{x+1}{3} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{x+1}{3} \\ 3y = -4x - 7 \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{x+1}{3} \\ 4x + 3y + 7 = 0, \\ x \geq -1 \end{cases}$$

άρα το σημείο B κινείται στην ημιευθεία $\varepsilon_2: 4x + 3y + 7 = 0$ με $x \geq -1$.

β) Αν υπάρχει χρονική στιγμή $t \geq 0$, κατά την οποία τα σημεία A και B ταυτίζονται θα είναι:

$$\begin{cases} x_A = x_B \\ y_A = y_B \\ t \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t - 1 = 3t - 1 \\ 2t - 1 = -4t - 1 \\ t \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 0 \\ t \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = 0, \text{ άρα τη χρονική στιγμή } t = 0, \text{ τα}$$

σημεία A, B ταυτίζονται.

$$\begin{aligned} \gamma) \text{ Για } t=2 \text{ είναι } A(1, 3) \text{ και } B(5, -9) \text{ οπότε: } (AB) &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \\ &= \sqrt{(5 - 1)^2 + (-9 - 3)^2} = \sqrt{4^2 + (-12)^2} = \sqrt{16 + 144} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}. \end{aligned}$$

δ) Λόγω του ερωτήματος (α), η ευθεία ε είναι η ε_2 , οπότε:

$$d(A, \varepsilon_2) = 6 \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot (t-1) + 3 \cdot (2t-1) + 7|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 6 \Leftrightarrow \frac{|10t|}{5} = 6 \Leftrightarrow |10t| = 30 \Leftrightarrow |t| = 3 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} t = 3 \\ t = -3 \Leftrightarrow t = 3, \text{ η ζητούμενη χρονική στιγμή.} \\ t \geq 0 \end{cases}$$