

#### ΛΥΣΗ

α) Η εξίσωση κύκλου με κέντρο το  $O(0,0)$  είναι  $x^2 + y^2 = \rho^2$  (1), όπου  $\rho$  η ακτίνα του κύκλου. Επειδή ο κύκλος διέρχεται από το σημείο  $A(1,2)$  θα πρέπει οι συντεταγμένες του  $A$  να επαληθεύουν την εξίσωση (1), δηλαδή  $1^2 + 2^2 = \rho^2$ , άρα  $\rho^2 = 5$ .

Οπότε, η (1) γίνεται:

$$x^2 + y^2 = 5$$

β)

i. Η εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου (1) στο σημείο του  $A(x_1, y_1)$  είναι:

$$xx_1 + yy_1 = \rho^2 \quad (2)$$

Έτσι η εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου  $x^2 + y^2 = 5$  στο σημείο του  $A(1,2)$  θα είναι:

$$x + 2y = 5$$

ii. Για να είναι το σημείο  $B$  αντιδιαμετρικό του  $A$ , θα πρέπει το κέντρο  $O$  να είναι το μέσο του τμήματος  $AB$ . Επομένως θα ισχύουν:

$$\begin{cases} x_O = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_O = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \quad \text{ή} \quad \begin{cases} 0 = \frac{1 + x_B}{2} \\ 0 = \frac{2 + y_B}{2} \end{cases} \quad \text{ή} \quad \begin{cases} 0 = 1 + x_B \\ 0 = 2 + y_B \end{cases}, \text{ άρα } x_B = -1 \text{ και } y_B = -2.$$

Άρα είναι  $B(-1,-2)$ .