

ΛΥΣΗ

α) Είναι: $2\vec{\alpha} - \vec{\beta} = 2 \cdot (2, -1) - (-3, 2) = (4, -2) + (3, -2) = (7, -4)$, οπότε

$$\vec{\alpha} \cdot (2\vec{\alpha} - \vec{\beta}) = (2, -1) \cdot (7, -4) = 14 + 4 = 18.$$

β) Επίσης: $\vec{\gamma} = (x, y)$ και $\vec{\gamma} \perp \vec{\alpha} \Leftrightarrow \vec{\gamma} \cdot \vec{\alpha} = 0 \Leftrightarrow (x, y) \cdot (2, -1) = 0 \Leftrightarrow 2x - y = 0 \Leftrightarrow y = 2x \text{ (1)}.$

Λόγω της (1) το διάνυσμα γ γράφεται: $\vec{\gamma} = (x, 2x).$

$$\text{Έτσι το } |\vec{\gamma}| = \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 4x^2} = \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{5x^2} = \sqrt{5} \Leftrightarrow 5x^2 = 5 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = -1 \text{ ή } x = 1.$$

Για $x = -1$ το $\vec{\gamma} = (-1, -2)$, ενώ για $x = 1$ το $\vec{\gamma} = (1, 2).$