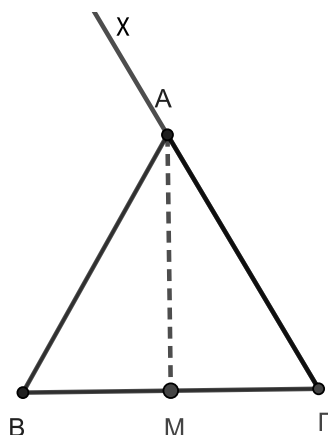


ΛΥΣΗ

α)



i. $(\widehat{AB, AG}) = 60^\circ$.

ii. $(\widehat{AM, BG}) = 90^\circ$.

iii. $(\widehat{AM, GA}) = \widehat{xAM} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$. Καθώς η διάμεσος προς τη βάση είναι και διχοτόμος της γωνίας της κορυφής.

iv. $(\widehat{BM, GM}) = 180^\circ$.

v. $(\widehat{GM, GB}) = 0^\circ$.

β) Τα μέτρα των διανυσμάτων \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AG} και \overrightarrow{BG} είναι 10 αφού το τρίγωνο είναι ισόπλευρο. Για το μέτρο του διανύσματος \overrightarrow{AM} έχουμε από το πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο AMΓ : $AM^2 = AG^2 - MG^2$ ή $AM^2 = 10^2 - 5^2 = 75$ ή $AM = 25 \cdot 3$ ή $AM = 5\sqrt{3}$.

i. $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BG} = |\overrightarrow{AM}| |\overrightarrow{BG}| \cos(\widehat{AM, BG}) = 5\sqrt{3} \cdot 10 \cdot \cos 90^\circ = 0$

ii. $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{GA} = |\overrightarrow{AM}| |\overrightarrow{GA}| \cos(\widehat{AM, GA}) = 5\sqrt{3} \cdot 10 \cdot \cos 150^\circ = 50\sqrt{3} \cdot (-\frac{\sqrt{3}}{2}) = -$

75

iii. $\overrightarrow{GM} \cdot \overrightarrow{GB} = |\overrightarrow{GM}| |\overrightarrow{GB}| \cos(\widehat{GM, GB}) = 5 \cdot 10 \cdot \cos 0^\circ = 5 \cdot 10 \cdot 1 = 50$.

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ πλευράς 10 και το μέσο M της πλευράς $B\Gamma$.

α) Να βρεθούν τα μέτρα των γωνιών: