

ΛΥΣΗ

α) Κάνουμε αντικατάσταση τις συντεταγμένες των σημείων A και B στο τύπο της απόστασης

$$(AB) = \sqrt{(3-2)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{10}.$$

β) Για να βρούμε τη τιμή του α θα λύσουμε την εξίσωση που προέρχεται από τη ισότητα

$$(AB)=d(A, \varepsilon) \Leftrightarrow (AB) = \frac{|Ax_0+By_0+\Gamma|}{\sqrt{A^2+B^2}}, \text{ δηλαδή } \sqrt{10} = \frac{|6+\alpha|}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow |\alpha + 6| = 10, \text{ τότε}$$

$$\alpha = 4 \text{ ή } \alpha = -16.$$

γ) Για $\alpha = 4$ η ευθεία ε γίνεται $\varepsilon: 3x + y + 4 = 0$.

Η ευθεία τέμνει τον $y'y$ για $x = 0$. Άρα, το σημείο τομής της ε με τον άξονα $y'y$ είναι $(0, -4)$.

Άρα $\Gamma (0, -4)$.

Επίσης, βρίσκουμε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων \overrightarrow{AB} και $\overrightarrow{A\Gamma}$.

$$\overrightarrow{AB} = (-3, -1) \text{ και } \overrightarrow{A\Gamma} = (-1, -7).$$

Από το τύπο του εμβαδού τριγώνου $(AB\Gamma) = \frac{1}{2} |\det (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A\Gamma})|$ υπολογίζουμε ότι

$$(AB\Gamma) = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ -1 & -7 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10 \text{ τετραγωνικές μονάδες.}$$