

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και σημείο του επιπέδου M , τέτοιο ώστε:

$$\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{A\Gamma} = \vec{0}$$

α) Να αποδείξετε ότι τα σημεία B, Γ, M είναι συνευθειακά.

(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι το M είναι το μέσο του $B\Gamma$.

(Μονάδες 2)

γ) Έστω πραγματικοί αριθμοί κ, λ τέτοιοι ώστε $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A\Gamma} = \kappa$ και $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{B\Gamma} = \lambda$.

Αν επιπλέον είναι γνωστό ότι για τα μη παράλληλα διανύσματα $\overrightarrow{A\Gamma}, \overrightarrow{AB}$ ισχύει ότι $\kappa \overrightarrow{A\Gamma} = \lambda \overrightarrow{AB}$, τότε:

i. Να αποδείξετε ότι $\kappa = \lambda = 0$.

(Μονάδες 7)

ii. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές. Να προσδιορίσετε την ορθή γωνία και τις πλευρές που είναι ίσες.

(Μονάδες 8)