

ΛΥΣΗ

α) Είναι $\overrightarrow{AB} = (3 - 1, 4 - 2) = (2, 2)$ και $\overrightarrow{AG} = (5 - 1, -2 - 2) = (4, -4)$.

Οπότε $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = 2 \cdot 4 + 2 \cdot (-4) = 0$. Άρα $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AG}$, οπότε $\hat{A} = 90^\circ$.

β) Το Μ είναι το μέσο του ΒΓ, άρα οι συντεταγμένες του είναι $\left(\frac{3+5}{2}, \frac{-2+4}{2}\right)$, δηλαδή Μ(4,1)

και $\overrightarrow{AM} = (3, -1)$, άρα $|\overrightarrow{AM}| = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$.

Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο στο Α και η ΑΜ είναι διάμεσος, άρα (ΒΓ)=2(ΑΜ) και

επομένως $|\overrightarrow{BG}| = 2|\overrightarrow{AM}| = 2\sqrt{10}$.

γ) $\overrightarrow{BG} = 2\overrightarrow{MG} = 2(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AG}) = -2\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{AG}$.