

ΛΥΣΗ

α) Γνωρίζουμε ότι ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το άθροισμα των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.

Εδώ, το πολυώνυμο $x - 2$ είναι $1^{\text{ου}}$ βαθμού και το πολυώνυμο $x^6 + 1$ είναι $6^{\text{ου}}$ βαθμού.

Επομένως, το γινόμενο τους $P(x)$ είναι πολυώνυμο $7^{\text{ου}}$ βαθμού.

β) Οι ρίζες του πολυωνύμου $P(x)$ είναι οι λύσεις της εξίσωσης $P(x) = 0$. Όμως,

$$P(x) = 0 \Leftrightarrow (x - 2) \cdot (x^6 + 1) = 0 \stackrel{x^6+1>0}{\Longleftrightarrow} x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 .$$

Άρα, το πολυώνυμο $P(x)$ έχει μοναδική ρίζα τον αριθμό 2.