

ΛΥΣΗ

α) Είναι:

$$T(0) = T_{\alpha} + ce^{-k \cdot 0} \Leftrightarrow 73 = 25 + ce^0 \Leftrightarrow 73 = 25 + c \Leftrightarrow c = 48$$

β) Δεδομένου ότι $T(10) = 61$, έχουμε:

$$61 = 25 + 48e^{-10k} \Leftrightarrow 48e^{-10k} = 36 \Leftrightarrow e^{-10k} = \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow e^{-10k} = 0,75 \Leftrightarrow -10k = \ln(0,75) \Leftrightarrow -10k = -0,3 \Leftrightarrow k = 0,03$$

Επομένως η σταθερά k είναι ίση με $0,03$.

γ) Η θερμοκρασία $T(40)$ του ροφήματος 40 λεπτά μετά το σερβίρισμά του είναι

$$\begin{aligned} T(40) &= 25 + 48e^{-0,03 \cdot 40} = 25 + 48e^{-1,2} = 25 + 48 \cdot 0,3 \\ &= 25 + 14,4 = 39,4 \end{aligned}$$

Επομένως η θερμοκρασία του ροφήματος 40 λεπτά μετά το σερβίρισμά του είναι $39,4^{\circ}\text{C}$.

δ) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $T(t) = 25 + 48e^{-0,3t}$, όπως φαίνεται και στο δοσμένο σχήμα είναι γνησίως φθίνουσα και από το ερώτημα γ) ισχύει $T(40) = 39,4$, οπότε αν $T(t_0) = 40$, τότε $T(t_0) > T(40)$ και λόγω της μονοτονίας της συνάρτησης παίρνουμε $t_0 < 40$.

Επομένως, πριν περάσουν 40 λεπτά, η θερμοκρασία του ροφήματος έχει ήδη πέσει κάτω από τους 40° και ο καταναλωτής του ροφήματος έχει την αίσθηση ότι το ρόφημα δεν είναι πλέον ζεστό.