

ΛΥΣΗ

α) Η παράσταση A ορίζεται για τις τιμές του πραγματικού αριθμού x για τις οποίες ισχύει:

$$\begin{cases} x > 0 \\ \text{και} \\ x + 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \text{και} \\ x > -6 \end{cases}, \text{ δηλαδή } x > 0.$$

β) Γνωρίζουμε ότι για $\alpha > 0, \alpha \neq 1$ και $x_1, x_2 > 0$ ισχύει η ισοδυναμία:

$$\log_{\alpha} x_1 = \log_{\alpha} x_2 \Leftrightarrow x_1 = x_2.$$

Οπότε για $x > 0$ έχουμε:

$$\ln x + \ln(x+6) = \ln 7 \Leftrightarrow$$

$$\ln[x \cdot (x+6)] = \ln 7 \Leftrightarrow$$

$$x \cdot (x+6) = 7 \Leftrightarrow$$

$$x^2 + 6x - 7 = 0 \Leftrightarrow$$

$$(x-1) \cdot (x+7) = 0 \Leftrightarrow$$

$x = 1 > 0$, που είναι δεκτή ή $x = -7$ (απορρίπτεται).

Τελικά η λύση της εξίσωσης είναι $x = 1$.