

ΛΥΣΗ

α) Γνωρίζουμε ότι μετά από δύο χρόνια έχει απομείνει το  $\frac{1}{3}$  της αρχικής ποσότητας,

δηλαδή:

$$Q(2) = \frac{1}{3} \cdot Q_0 \Leftrightarrow Q_0 \cdot e^{2c} = \frac{Q_0}{3} \Leftrightarrow (e^c)^2 = \frac{1}{3} \stackrel{e^c > 0}{\Leftrightarrow} e^c = \frac{1}{\sqrt{3}}. \text{ Οπότε}$$

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{ct} \Leftrightarrow$$

$$Q(t) = Q_0 \cdot (e^c)^t \Leftrightarrow$$

$$Q(t) = Q_0 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^t.$$

β) Γνωρίζουμε ότι μετά από τέσσερα χρόνια έχει απομείνει 1 κιλό ραδιενεργού υλικού και

από το α) ερώτημα γνωρίζουμε επίσης ότι  $Q(t) = Q_0 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^t$ . Ζητούμενη είναι η αρχική ποσότητα που θάφτηκε, δηλαδή το  $Q_0$ .

$$\text{Επομένως: } Q(4) = 1 \Leftrightarrow Q_0 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 = 1 \Leftrightarrow Q_0 \cdot \left(\frac{1}{9}\right) = 1 \Leftrightarrow Q_0 = 9 \text{ κιλά.}$$

γ) Στα ερωτήματα α) και β) δείξαμε ότι  $Q(t) = 9 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^t$ . Έχουμε

$$Q(t) = \frac{1}{81} \Leftrightarrow$$

$$9 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^t = \frac{1}{81} \Leftrightarrow$$

$$3^2 \cdot \left(3^{-\frac{1}{2}}\right)^t = 3^{-4} \Leftrightarrow$$

$$3^{2-\frac{t}{2}} = 3^{-4} \Leftrightarrow$$

$$2 - \frac{t}{2} = -4 \Leftrightarrow$$

$$\frac{t}{2} = 6 \Leftrightarrow t = 12.$$

Συνεπώς μετά από 12 χρόνια η ποσότητα που θα έχει απομείνει θα είναι  $\frac{1}{81}$  κιλά.