

ΛΥΣΗ

α) Οι συναρτήσεις f και g ως λογαριθμικές ορίζονται για $x > 0$ και $x + 2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$ αντίστοιχα. Επομένως, πεδίο ορισμού της συνάρτησης f είναι το $D_f = (0, +\infty)$ και πεδίο ορισμού της συνάρτησης g είναι το $D_g = (-2, +\infty)$.

β) i. Η εξίσωση $f(x) = 2$ είναι ισοδύναμη με την εξίσωση $\log x = 2$. Για να βρούμε το $x > 0$ (περιορισμός από το α) ερώτημα) τέτοιο ώστε $\log x = 2$ θα χρησιμοποιήσουμε τον ορισμό του λογαρίθμου με βάση 10. Άρα $\log x = 2 \Leftrightarrow x = 10^2 \Leftrightarrow x = 100$.

ii. Η εξίσωση $g(x) = 2f(x)$ είναι ισοδύναμη με την εξίσωση $\log(x + 2) = 2\log x$.

Η $\log(x + 2) = 2\log x$ ορίζεται για $x > 0$ και $x > -2$, άρα για $x > 0$.

Η εξίσωση $\log(x + 2) = 2\log x$ ισοδύναμα γράφεται $\log(x + 2) = \log x^2$.

Συνεπώς, $x + 2 = x^2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$. Το τριώνυμο έχει λύσεις -1 και 2. Μόνο η $x=2$ είναι δεκτή.