

ΘΕΜΑ 4

α) Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$  με πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ .

i. Να αποδείξετε ότι  $\sqrt{x^2 + 1} - x > 0$ , για κάθε  $x \in (-\infty, 0)$ .

(Μονάδες 03)

ii. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της  $f$  βρίσκεται πάνω από τον άξονα  $x'x$ .

(Μονάδες 09)

β) Δίνεται η συνάρτηση  $g(x) = \ln(\sqrt{x^2 + 1} + x)$ , με πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ .

i. Να αποδείξετε ότι  $g(-x) + g(x) = 0$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

(Μονάδες 09)

ii. Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g$  έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων  $O$ .

(Μονάδες 04)