

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = \alpha x^3 + \beta x^2 - \beta x + 3$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ . Αν είναι γνωστό ότι έχει ρίζα τον αριθμό 2, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι τουλάχιστον ένας συντελεστής του δεν είναι ακέραιος.

(Μονάδες 7)

Αν επιπλέον  $P(1) = 0$ , τότε:

β) Να αποδείξετε ότι  $\alpha = -3$  και  $\beta = \frac{21}{2}$ .

(Μονάδες 6)

γ) Να λύσετε την ανίσωση  $P(x) \leq 0$ .

(Μονάδες 6)

δ) Να λύσετε την εξίσωση  $P(\sin x) = 0$ .

(Μονάδες 6)