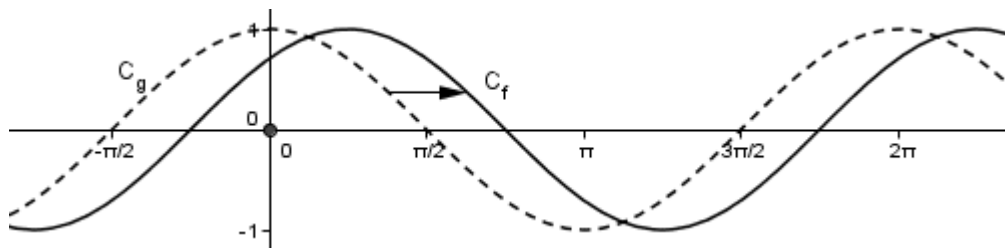


ΛΥΣΗ

α) Από την ισότητα $f(x) = g\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ συμπεραίνουμε ότι η γραφική παράσταση της f προκύπτει

από τη γραφική παράσταση της g , αν την μετατοπίσουμε κατά $\frac{\pi}{4}$ μονάδες προς τα δεξιά.

β) Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γνωστή γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = \sin x$ (με διακεκομμένη γραμμή) και η γραφική παράσταση της f που προκύπτει από αυτή, αν την μεταφέρουμε δεξιά κατά $\frac{\pi}{4}$ μονάδες.



γ) Είναι:

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

και

$$f(\pi) = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\sin\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

δ) Με τη βοήθεια του προηγούμενου ερωτήματος, έχουμε:

$$\sqrt{2}f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow f(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{3\pi}{4}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \\ \text{ή} \\ x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{3\pi}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \pi \\ \text{ή} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases} \text{ με } k \in \mathbb{Z}$$