

ΛΥΣΗ

α) Η συνάρτηση f με $f(x) = \left(\frac{2-\lambda}{4}\right)^x$ είναι εκθετική και ορίζεται στο \mathbb{R} όταν η βάση είναι θετική και διάφορη της μονάδας. Δηλαδή, (i) $\frac{2-\lambda}{4} > 0$ ή ισοδύναμα $\lambda < 2$ και (ii) $\frac{2-\lambda}{4} \neq 1$ ή ισοδύναμα $\lambda \neq -2$. Άρα, $\lambda \in (-\infty, -2) \cup (-2, 2)$.

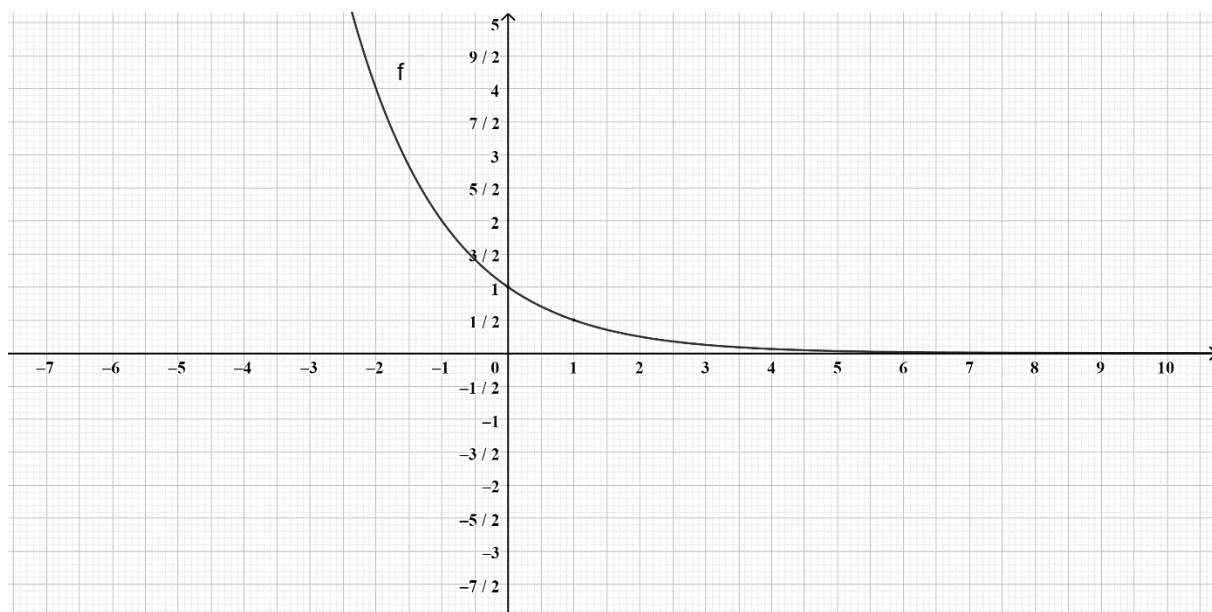
β) Μία εκθετική συνάρτηση της μορφής a^x είναι γνησίως φθίνουσα όταν $0 < a < 1$.

Επομένως, $0 < \frac{2-\lambda}{4} < 1$ ή ισοδύναμα $-2 < \lambda < 2$.

γ) Για $\lambda = 0$ έχουμε την συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ με $x \in \mathbb{R}$.

i. Η f είναι εκθετική με βάση μικρότερη της μονάδας, άρα είναι γνησίως φθίνουσα συνάρτηση. Η γραφική της παράσταση, με βάση τον πίνακα τιμών, φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:

x	-1	0	1
y	2	1	$\frac{1}{2}$



ii. Η εξίσωση $f(x) + f(x+1) = 6$ μετά την αντικατάσταση γίνεται

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} = 6 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^x = 6.$$

Άρα, $\frac{3}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^x = 6 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x = 4 \Leftrightarrow 2^{-x} = 2^2$ συνεπώς $x = -2$.