

#### ΘΕΜΑ 4

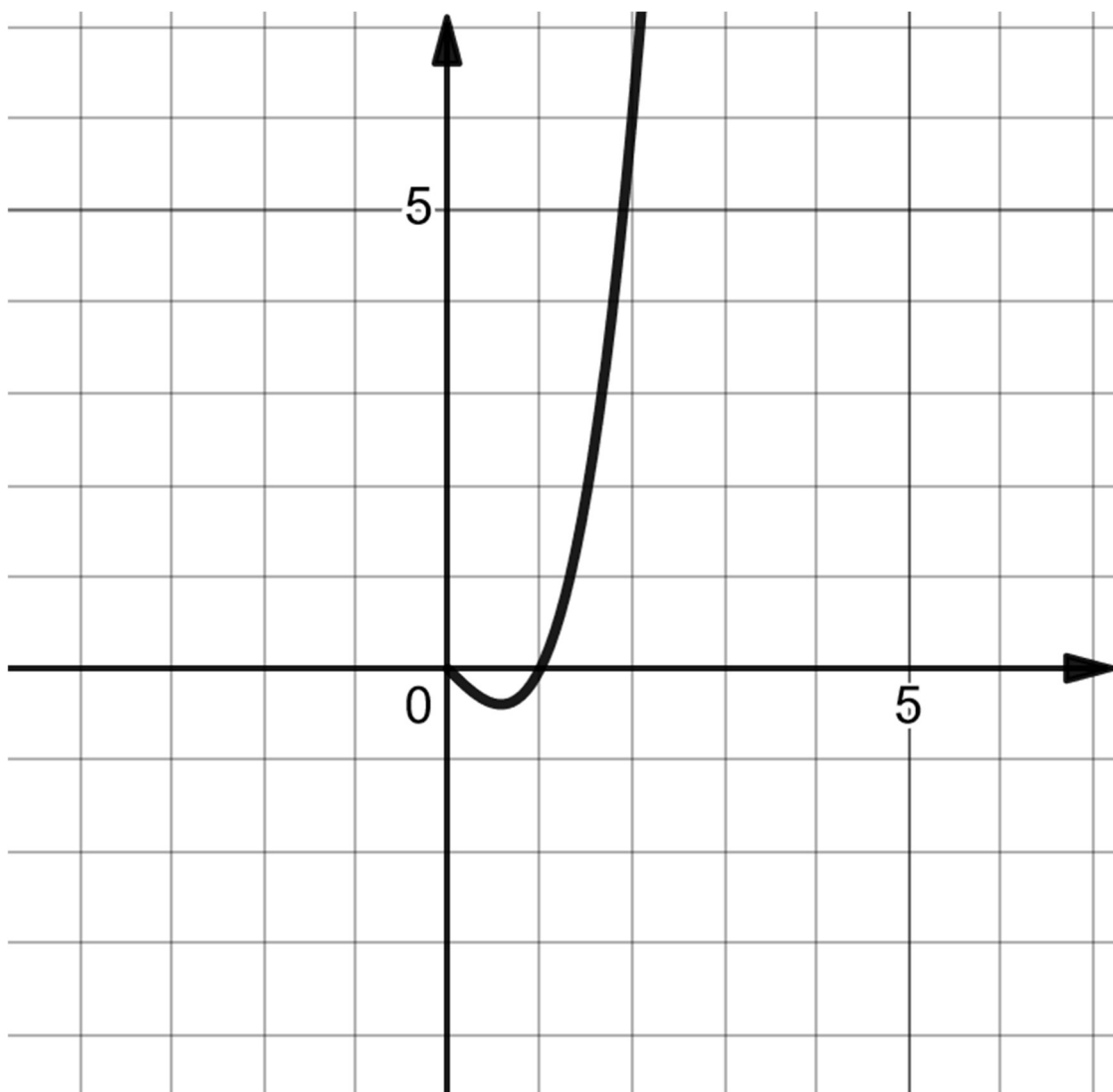
Δίνονται οι συναρτήσεις  $g(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x}, & \text{όταν } x \geq 0 \\ -\sqrt[3]{-x}, & \text{όταν } x < 0 \end{cases}$  και  $h(x) = x^3 - x, x \in \mathbb{R}$ .

α)

- i. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $h$  είναι περιττή.

(Μονάδες 03)

- ii. Να συμπληρώσετε το παρακάτω σχήμα ώστε να παριστάνει τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $h$ .



(Μονάδες 04)

- iii. Χωρίς να χρησιμοποιήσετε το παραπάνω σχήμα, να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $h$  με τον άξονα  $x'x$ .

(Μονάδες 08)

β) Αν  $x \geq 0$  να αποδείξετε ότι: η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g$  βρίσκεται πάνω από την ευθεία  $\varepsilon: y = x$  αν και μόνο αν η γραφική παράσταση της  $h$  βρίσκεται κάτω από τον άξονα  $x'x$ .

(Μονάδες 10)