

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η εξίσωση  $\sqrt{2-x} + \sqrt{x+2} = a, a \in \mathbb{R}$ . (1)

α) Να βρείτε τις τιμές του  $x \in \mathbb{R}$  για τις οποίες ορίζεται η εξίσωση (1).

(Μονάδες 5)

β) Να λύσετε την εξίσωση (1) για  $a=0$ .

(Μονάδες 5)

γ) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $g(x) = \sqrt{2-x} + \sqrt{x+2}$  είναι άρτια.

(Μονάδες 5)

δ) Να αποδείξετε ότι:

i) Για  $a=2\sqrt{2}$  η εξίσωση (1) έχει μοναδική ρίζα.

ii) Για  $a \neq 2\sqrt{2}$  αν η εξίσωση (1) έχει ως ρίζα τον αριθμό  $\rho \in [-2, 2]$ , τότε θα έχει ως ρίζα και τον αριθμό  $-\rho$ .

(Μονάδες 10)