

ΛΥΣΗ

α) Είναι

$$\alpha + \gamma = \ln 2 + \ln 8 = \ln(2 \cdot 8) = \ln 16 = \ln 4^2 = 2 \ln 4 = 2\beta .$$

β) Είναι $\beta + \gamma = \ln 4 + \ln 8 = \ln(4 \cdot 8) = \ln 32 = \ln 2^5 = 5 \ln 2 = 5\alpha .$

Σημείωση :

Οι αριθμοί 2,4,8 είναι με αυτή τη σειρά διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου αφού $4^2 = 2 \cdot 8$, ενώ οι αριθμοί $\alpha = \ln 2$, $\beta = \ln 4$, $\gamma = \ln 8$ είναι με αυτή τη σειρά διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αφού όπως δείξαμε $2\beta = \alpha + \gamma$.

Γενικά αν α, β, γ είναι με αυτή τη σειρά θετικοί διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, τότε οι αριθμοί $\ln \alpha$, $\ln \beta$, $\ln \gamma$ είναι με αυτή τη σειρά διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.