

ΛΥΣΗ

α) Η συνάρτηση f ορίζεται για όλες τις πραγματικές τιμές του x για τις οποίες ισχύει

$$e^x - 1 > 0 \Leftrightarrow$$

$$e^x > 1 \Leftrightarrow$$

$$e^x > e^0 \Leftrightarrow$$

$$x > 0$$

Συνεπώς το πεδίο ορισμού της f είναι το $(0, +\infty)$.

β) Οι τετμημένες των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα xx' , είναι οι λύσεις της εξίσωσης

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\ln(e^x - 1) = \ln 1 \Leftrightarrow$$

$$e^x - 1 = 1 \Leftrightarrow$$

$$e^x = 2 \Leftrightarrow$$

$$x = \ln 2$$

Η λύση $\ln 2$ είναι δεκτή αφού $\ln 2 > \ln 1 \Leftrightarrow \ln 2 > 0$.

Συνεπώς το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα xx' είναι το $(\ln 2, 0)$.

γ) Η γραφική παράσταση της f είναι κάτω από τον άξονα xx' , για όλες τις τιμές του x που είναι λύσεις της ανίσωσης

$$f(x) < 0 \Leftrightarrow$$

$$\ln(e^x - 1) < \ln 1 \Leftrightarrow$$

$$e^x - 1 < 1 \Leftrightarrow$$

$$e^x < 2 \Leftrightarrow$$

$$x < \ln 2$$

Όμως πρέπει εξ αρχής $x > 0$, οπότε τελικά η γραφική παράσταση της f είναι κάτω από τον xx' όταν $0 < x < \ln 2$.